COMPITI PER LE VACANZE
MATEMATICA – 2 LICEO SCIENTIFICO SPORTIVO

Dal libro *Bergamini, Barozzi, Matematica multimediale.Blu Seconda Edizione, Volume 2 con tutor, Zanichelli*

Sistemi di equazioni con due incognite *(da risolvere con il metodo che preferite: sostituzione, confronto, riduzione, Cramer)*
Pag. 687 es. 87-92-94-100-103

Radicali *(portare fuori dal segno di radice, calcolo con i radicali, razionalizzazione)*
Pag. 797 es. 128-129-130-136-137
Pag. 807 es. 317-319-326-329
Pag. 813 es. 424-425-426-427

Retta *(disegna di una retta, appartenenza di un punto ad una retta, determinare il valore dei parametri date alcune condizioni, coefficiente angolare, rette parallele e perpendicolari, distanza punto – retta)*
Pag. 865 es. 181-182-183-184-186
Pag. 871 es. 222-223-224-225
Pag. 875 es. 271-278
Pag. 877 es. 298-299-304-305-307-308
Pag. 889 es. 421-422-430

Equazioni di secondo grado *(intere, fratte con C.E.)*
Pag. 925 es. 30-39-42-56
Pag. 944 es. 359-360-361-362-365-368-370-374

Disequazioni di secondo grado *(intere, fratte, sistemi)*
Pag. 1095 es. 120-124-125-126-130-135
Pag. 1111 es. 392-393-397-399-405
Pag. 1116 es. 494-495-496-497-498-507
Pag. 1119 es. 548-549-550-556

87 $\begin{cases} 2x+y=-3 \\ \frac{3}{2}+\frac{7}{5}x-y=\frac{1}{2}-\frac{3}{5}y \end{cases}$ $[(-1;-1)]$

88 $\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{y+1}{3}+\frac{1}{6}=0 \\ \frac{1}{4}(y-x)+3y=-\frac{25}{4} \end{cases}$ $[(-1;-2)]$

89 $\begin{cases} x-\frac{2}{5}(x+1)-\frac{1}{2}y=\frac{1}{5} \\ 2x-5=x+\frac{2}{3}y-4(y+1) \end{cases}$ $[(1;0)]$

90 $\begin{cases} \frac{x-1}{3}-\frac{y+2}{2}=\frac{1}{6} \\ -2x+y=5 \end{cases}$ $[(-6;-7)]$

91 $\begin{cases} \frac{x+y}{4}-\frac{x-y}{2}=1 \\ -x-6y=-2 \end{cases}$ $\left[\left(-2;\frac{2}{3}\right)\right]$

92 $\begin{cases} x^2-3=y+(x-2)(x+5) \\ \frac{4-y}{3}+1=x \end{cases}$ [indeterminato]

93 $\begin{cases} (x+3)^2+(x+1)(1-x)=2y \\ xy-5=(x+3)(y-2) \end{cases}$ $[(-2;-1)]$

94 $\begin{cases} 2(y+1)=x-1 \\ \frac{x-1}{2}=\frac{3(y+1)}{5} \end{cases}$ $[(1;-1)]$

95 $\begin{cases} \frac{x+2y}{3}=\frac{-x+3y}{4}+1 \\ 5x+y=2(x-6) \end{cases}$ $[(0;-12)]$

96 $\begin{cases} \frac{1-x}{2}+\frac{2y+x}{3}=y \\ 3(x+y)=x-y+6 \end{cases}$ [indeterminato]

97 $\begin{cases} x+y(y+2)=(3+y)(y-3) \\ 1-(1-y)^2=x-y(y-4) \end{cases}$ [impossibile]

98 $\begin{cases} (1-2x)^2-6y=2x(2x-1) \\ (1-y)(y+1)-x+y^2=2 \end{cases}$ $\left[\left(-1;\frac{1}{2}\right)\right]$

99 $\begin{cases} (x+2)(x-2)-y=(x+3)(x-3) \\ x+4y-3=-3x+2(y+3) \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{4};5\right)\right]$

100 $\begin{cases} y+1=2(y-x) \\ (x-y-2)^2-6x=(x-y)^2 \end{cases}$ $[(4;9)]$

101 $\begin{cases} (2x-1)^2-(1-y)^2=(2x+y)(2x-y) \\ \frac{1}{2}(x-4)+2y-\frac{3}{2}x=4 \end{cases}$ $[(2;4)]$

PIT STOP 5 SISTEMI CON IL METODO DI SOSTITUZIONE IN PIÙ

Vuoi vedere subito se il passaggio è giusto o sbagliato?
Vai sul Tutor e fai l'esercitazione con il Checker.

TUTOR matematica **http://su.zanichelli.it/tutor** risorsa riservata a chi ha acquistato l'edizione con Tutor

102 $\begin{cases} (1+y)^2+4(2-x)=(y-1)(y+1) \\ \frac{2}{7}y+3(x-3)=-\frac{1}{7}(5y+7)+5x \end{cases}$ [impossibile]

103 $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}x-1\right)\left(\frac{1}{3}x+1\right)-\frac{1}{6}(2y+x)=\left(1-\frac{1}{3}x\right)^2-\frac{1}{2}(1-3y) \\ \frac{1}{5}x(15-3y)=-y\left(2+\frac{3}{5}x\right)-5y \end{cases}$ $\left[\left(\frac{7}{6};-\frac{1}{2}\right)\right]$

Trova per quali valori dei parametri *a* e *b* i seguenti sistemi hanno la soluzione indicata.

104 $\begin{cases} 3ax+by=a \\ -ax+by=10 \end{cases}$ (−1; −2)

IN 2 PASSI

1. Imponi che $(-1;-2)$ sia la soluzione del sistema sostituendo i valori -1 e -2 rispettivamente nelle incognite x e y.
2. Risolvi il sistema che ottieni nelle variabili a e b con il metodo di sostituzione.

105 $\begin{cases} (a+1)x-2by=2a \\ 2ax-4y=b \end{cases}$ (1; −1) $[a=-3; b=-2]$

126 $\frac{1-\sqrt{2}}{a}\sqrt[6]{\frac{a^4}{(\sqrt{2}-1)^5}}$ $\left[a<0: \sqrt[6]{\frac{\sqrt{2}-1}{a^2}}; a>0: -\sqrt[6]{\frac{\sqrt{2}-1}{a^2}}\right]$

127 $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)(x+1)\sqrt{\frac{36}{x^3+2x^2+x}}$ $\left[x>0: -\sqrt{\frac{1}{x}}\right]$

TRASPORTO DI UN FATTORE FUORI DAL SEGNO DI RADICE

→ Teoria a pagina 778

ATTIVITÀ INTERATTIVA

Radicali numerici

COME SI FA

▸ **Portiamo fuori dal segno di radice tutti i possibili fattori.**

a. $\sqrt{200}$; b. $\sqrt[3]{\frac{81}{16}}$.

Se $a \geq 0$: $\sqrt[n]{a^{nq+y}} = a^q\sqrt[n]{a^y}$.

a. $\sqrt{200} = \sqrt{2^3 \cdot 5^2} = \sqrt{2 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

b. $\sqrt[3]{\frac{81}{16}} = \sqrt[3]{\frac{3^4}{2^4}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 3^3}{2 \cdot 2^3}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

Porta fuori dal segno di radice tutti i possibili fattori.

128 $\sqrt{8}$; $\sqrt{27}$. $[2\sqrt{2}; 3\sqrt{3}]$

129 $\sqrt{24}$; $\sqrt[3]{56}$. $[2\sqrt{6}; 2\sqrt[3]{7}]$

130 $\sqrt{50}$; $\sqrt[3]{160}$. $[5\sqrt{2}; 2\sqrt[3]{20}]$

131 $\sqrt{\frac{5}{32}}$; $\sqrt{\frac{125}{8}}$. $\left[\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}; \frac{5}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}\right]$

132 $\sqrt{\frac{100}{81}}$; $\sqrt[3]{810}$. $\left[\frac{10}{9}; 3\sqrt[3]{30}\right]$

133 $\sqrt{\frac{96}{125}}$; $\sqrt[3]{-162}$. $\left[\frac{4}{5}\sqrt{\frac{6}{5}}; -3\sqrt[3]{6}\right]$

134 $\sqrt{\frac{75}{72}}$; $\sqrt{1445}$. $\left[\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}; 17\sqrt{5}\right]$

135 $\sqrt[3]{0{,}003}$; $\sqrt{\frac{15}{8}}$. $\left[\frac{1}{10}\sqrt[3]{3}; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{2}}\right]$

136 $\sqrt{450}$; $\sqrt[4]{5^6 \cdot 2^4}$. $[15\sqrt{2}; 10\sqrt{5}]$

137 $\sqrt[3]{1200}$; $\sqrt[4]{160}$. $[2\sqrt[3]{150}; 2\sqrt[4]{10}]$

138 $\sqrt{27\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)}$; $\sqrt[4]{1008}$. $\left[\frac{3}{2}\sqrt{3}; 2\sqrt[4]{63}\right]$

PIT STOP 5 ESERCIZI SUL TRASPORTO DI UN FATTORE FUORI DAL SEGNO DI RADICE IN PIÙ

Vuoi vedere subito se il passaggio è giusto o sbagliato? Vai sul Tutor e fai l'esercitazione con il Checker.

TUTOR matematica http://su.zanichelli.it/tutor risorsa riservata a chi ha acquistato l'edizione con Tutor

139 $\sqrt[3]{\frac{80}{81}}$; $\sqrt{2^4 \cdot 3^5 \cdot 4^6}$. $\left[\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{10}{3}}; 2^8 \cdot 3^2\sqrt{3}\right]$

140 $\sqrt[3]{5^4 \cdot 7 \cdot 2^6}$; $\sqrt[4]{2^7 \cdot 9^2 \cdot 5}$. $[20\sqrt[3]{35}; 6\sqrt[4]{40}]$

141 $\sqrt[4]{3^{15}+3^{12}}$; $\sqrt[3]{5 \cdot 4^4 - 200}$. $[27\sqrt[4]{28}; 6\sqrt[3]{5}]$

142 $\sqrt{(-2)^4 \cdot 7}$; $\sqrt[3]{(-2)^9 \cdot 9}$. $[4\sqrt{7}; -8\sqrt[3]{9}]$

143 $\sqrt[3]{5^4 - 5^3}$; $\sqrt{4^4 + 12^2}$. $[5\sqrt[3]{4}; 20]$

144 $\sqrt[n]{4^{n+1}}$, con $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$. $[4\sqrt[n]{4}]$

145 $\sqrt[n]{5^{n+1} \cdot 3^{2n}}$, con $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$. $[45\sqrt[n]{5}]$

146 CACCIA ALL'ERRORE

a. $\sqrt{(-3)^2 5^3} = (-3) \cdot 5\sqrt{5}$

b. $\sqrt{(-2)^3(-3)} = -2\sqrt{6}$

c. $\sqrt{6(1-\sqrt{3})^6} = (1-\sqrt{3})^3 \cdot \sqrt{6}$

d. $\sqrt[3]{(-6)^4(-2)} = 6\sqrt[3]{12}$

Calcola le seguenti espressioni, supponendo positive le variabili.

PIT STOP 5 ESPRESSIONI CON PRODOTTI NOTEVOLI E RADICALI IN PIÙ

Vuoi vedere subito se il passaggio è giusto o sbagliato? Vai sul Tutor e fai l'esercitazione con il Checker.

TUTOR matematica **http://su.zanichelli.it/tutor** risorsa riservata a chi ha acquistato l'edizione con Tutor

309 ★★ $(5\sqrt{2}-4)(5\sqrt{2}+4)$; $\quad(\sqrt{5}-1)^2$. $\quad[34; 6-2\sqrt{5}]$

310 ★★ $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^3$; $\quad(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$. $\quad[11\sqrt{2}-9\sqrt{3}; 4]$

311 ★★ $(\sqrt[4]{2}-3)(\sqrt[4]{2}+3)$; $\quad(\sqrt{3}-\sqrt{12}+1)^2$. $\quad[\sqrt{2}-9; 4-2\sqrt{3}]$

312 ★★ $(8-2\sqrt{7})(1+\sqrt{7})^2$; $\quad(3-\sqrt[3]{3})^3$. $\quad[36; 24-27\sqrt[3]{3}+9\sqrt[3]{9}]$

313 ★★ $\sqrt{2}(1-\sqrt{3})+(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)+\sqrt{6}$; $\quad(1-\sqrt{2})^3-(1+\sqrt{2})^2$. $\quad[\sqrt{2}+1; 4-7\sqrt{2}]$

314 ★★ $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})+[(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})]^2$ $\quad[2]$

315 ★★ $(4-2\sqrt{6})^2-(1+\sqrt{6})^2-(8-2\sqrt{7})(4+\sqrt{7})$. $\quad[15-18\sqrt{6}]$

316 ★★ $\sqrt{5}(\sqrt{3}-2\sqrt{2})+(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-\sqrt{60}(1-\sqrt{15})$ $\quad[37-\sqrt{15}]$

317 ★★ $(1-\sqrt{2})^2+3(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ $\quad[-2\sqrt{2}]$

318 ★★ $(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2(\sqrt{5}-\sqrt{6})^2+\sqrt{80}-\sqrt{5}(1+\sqrt{5})$ $\quad[-4+3\sqrt{5}]$

319 ★★ $(3+\sqrt{3})^2(12-6\sqrt{3})-(\sqrt{11}-2)(\sqrt{11}+2)$ $\quad[29]$

320 ★★ $(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)+2(3-\sqrt{3})$ $\quad[9]$

321 ★★ $(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})^3-(\sqrt[3]{4}-1)(6+\sqrt[3]{2})-3(\sqrt[3]{16}-1)$ $\quad[13+\sqrt[3]{2}]$

322 ★★ $\sqrt[4]{121}+(\sqrt{11}-2)^2+[16-(\sqrt{11}-\sqrt{5})^2]:\sqrt{5}$ $\quad[15-\sqrt{11}]$

323 ★★ $(4+\sqrt{3})^3-(\sqrt{6}-\sqrt{2}):\sqrt{2}-(\sqrt{3}+10)^2$ $\quad[30\sqrt{3}-2]$

324 ★★ $(2\sqrt{3}-3)^2+5\sqrt{3}-\sqrt{8-2\sqrt{7}}\cdot\sqrt{8+2\sqrt{7}}$ $\quad[15-7\sqrt{3}]$

325 ★★ $(\sqrt{5}-3\sqrt{2})(\sqrt{5}+3\sqrt{2})+(1+\sqrt{3})^2-(4-\sqrt{5})^2-\sqrt{12}$ $\quad[8\sqrt{5}-30]$

326 ★★ $50-\dfrac{5}{(\sqrt{8}-\sqrt{3})(\sqrt{8}+\sqrt{3})}+(3+\sqrt{2})^2$ $\quad[60+6\sqrt{2}]$

327 ★★ $(\sqrt{5-3\sqrt{2}}+\sqrt{5+3\sqrt{2}})^2-\sqrt{7}(7+\sqrt{7})$ $\quad[3-5\sqrt{7}]$

328 ★★ $(3-2\sqrt{x})^2$; $\quad(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)$. $\quad[9-12\sqrt{x}+4x; x-16]$

329 ★★ $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2$; $\quad(\sqrt{2x}-\sqrt{3y})(\sqrt{2x}-\sqrt{3y})$. $\quad[x+2\sqrt{xy}+y; 2x-3y]$

330 ★★ $(a-\sqrt{4y})(a+\sqrt{4y})$; $\quad(b+\sqrt{b})^3$. $\quad[a^2-4y; b^3+3b^2+(3b^2+b)\sqrt{b}]$

331 ★★ $(x+\sqrt{2})^3$; $\quad(2x-\sqrt{5})^2$. $\quad[x^3+(3x^2+2)\sqrt{2}+6x; 4x^2-4\sqrt{5}x+5]$

332 ★★ $(\sqrt{x}-2\sqrt{y})(\sqrt{x}+2\sqrt{y})-(\sqrt{x}-y)^2-y(2-\sqrt{y})(2+\sqrt{y})$ $\quad[2y\sqrt{x}-8y]$

333 ★★ $(\sqrt{a}+2)^3+(\sqrt{a}-2)^2-\sqrt{a}(a+8)$ $\quad[7a+12]$

ESERCIZI

5 Scrivi le condizioni di esistenza e porta fuori dal segno di radice i fattori possibili.

a. $\sqrt{x^3+7x^2}$; b. $\sqrt[4]{\dfrac{48a^{12}b}{c^{10}}}$; c. $\sqrt[6]{a^7x^6}$. ___ / 24

6 Discutendo al variare di a e x in $\mathbb{R}$, porta i fattori dentro al segno di radice.

a. $\dfrac{x}{a}\sqrt{5a}$; b. $(a-2)\sqrt{a}$; c. $-x\sqrt[3]{x}$. ___ / 24

Inquadrami e controlla i risultati

Il tuo punteggio: ___ / 100

5. Razionalizzazione

→ Teoria a pagina **781**

ATTIVITÀ INTERATTIVA

Il denominatore è un radicale irriducibile

COME SI FA

▸ **Razionalizziamo i denominatori di: a. $\dfrac{9}{\sqrt{3}}$; b. $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}}$.**

a. $\dfrac{9}{\sqrt{3}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \dfrac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

b. $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}} = \dfrac{10}{\sqrt[3]{5}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \dfrac{10\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \dfrac{10\sqrt[3]{5^2}}{5} = 2\sqrt[3]{5^2}$

Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni. Considera positivi tutti i fattori letterali dei radicandi.

424 $\dfrac{14}{\sqrt{7}}$; $\dfrac{18}{\sqrt{6}}$. $[2\sqrt{7}; 3\sqrt{6}]$

425 $\dfrac{12}{\sqrt{3}}$; $\dfrac{15}{3\sqrt{5}}$. $[4\sqrt{3}; \sqrt{5}]$

426 $\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$; $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$. $\left[\dfrac{\sqrt{6}}{2}; \dfrac{\sqrt{3}+3}{3}\right]$

427 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}}$; $\dfrac{5+\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$. $\left[\dfrac{5-\sqrt{5}}{10}; \dfrac{\sqrt{5}+2}{3}\right]$

428 $\dfrac{a}{\sqrt{a}}$; $\dfrac{2x^2}{\sqrt{2x}}$. $[\sqrt{a}; x\sqrt{2x}]$

429 $\dfrac{6ax}{\sqrt{2ax}}$; $\dfrac{\sqrt{y}-\sqrt{ay}}{4\sqrt{y}}$. $\left[3\sqrt{2ax}; \dfrac{1-\sqrt{a}}{4}\right]$

430 $\dfrac{\sqrt{2x}-1}{\sqrt{x}}$; $\dfrac{x}{3\sqrt{3x}}$. $\left[\dfrac{\sqrt{2}x-\sqrt{x}}{x}; \dfrac{\sqrt{3x}}{9}\right]$

431 $\dfrac{a+\sqrt{a}}{2\sqrt{a}}$; $\dfrac{\sqrt{3b}-b}{\sqrt{b}}$. $\left[\dfrac{\sqrt{a}+1}{2}; \sqrt{3}-\sqrt{b}\right]$

432 $\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{x-2}}$; $\dfrac{24a^2}{\sqrt{12ax}}$. $\left[x\sqrt{x-2}; \dfrac{4a\sqrt{3ax}}{x}\right]$

433 $\dfrac{a+3}{\sqrt{a+3}}$; $\dfrac{4+2y}{\sqrt{y+2}}$. $[\sqrt{a+3}; 2\sqrt{y+2}]$

434 $\dfrac{2a+4}{\sqrt[4]{a^2+4a+4}}$ $[2\sqrt{a+2}]$

435 $\dfrac{6}{\sqrt[3]{2}}$; $\dfrac{12}{\sqrt[4]{2}}$. $[3\sqrt[3]{4}; 6\sqrt[4]{8}]$

436 $\dfrac{18}{\sqrt[7]{8}}$; $\dfrac{10}{\sqrt[9]{25}}$. $[9\sqrt[7]{16}; 2\sqrt[9]{5^7}]$

437 $\dfrac{50}{2\sqrt[3]{25}}$; $\dfrac{14}{\sqrt[5]{7^4}}$. $[5\sqrt[3]{5}; 2\sqrt[5]{7}]$

438 $\dfrac{1}{\sqrt[4]{27}}$; $\dfrac{3}{2\sqrt[5]{9}}$. $\left[\dfrac{\sqrt[4]{3}}{3}; \dfrac{\sqrt[5]{27}}{2}\right]$

439 $\dfrac{100}{\sqrt[3]{100}}$; $\dfrac{64}{\sqrt[7]{32}}$. $[10\sqrt[3]{10}; 32\sqrt[7]{4}]$

440 $\dfrac{42}{3\sqrt[3]{49}}$; $\dfrac{36}{\sqrt[7]{3^5\cdot 2^4}}$. $[2\sqrt[3]{7}; 6\sqrt[7]{3^2\cdot 2^3}]$

441 $\dfrac{33}{\sqrt[3]{2\cdot 11^2}}$; $\dfrac{10}{\sqrt[6]{5^5}}$. $\left[\dfrac{3\sqrt[3]{44}}{2}; 2\sqrt[6]{5}\right]$

Appartenenza di un punto a una retta

180 Determina le coordinate del punto di ascissa 3 sulle rette di equazioni:

a. $y = 5x - \frac{9}{2}$; c. $\frac{1}{9}x + 4y = -\frac{2}{3}$;

b. $2x - 3y + 6 = 0$; d. $y - 2 = 0$.

$\left[a)\left(3; \frac{21}{2}\right); b)(3; 4); c)\left(3; -\frac{1}{4}\right); d)(3; 2)\right]$

181 Rappresenta la retta di equazione

$4x - 3y - 6 = 0$,

determina su di essa il punto A di ascissa 3 e il punto B di ordinata 4, e calcola la distanza AB.

$\left[A(3; 2), B\left(\frac{9}{2}; 4\right), \overline{AB} = \frac{5}{2}\right]$

182 Dopo aver determinato l'ordinata del punto A, di ascissa 2, appartenente alla retta di equazione $6x - 5y + 3 = 0$, stabilisci se A appartiene anche alla retta di equazione $2y = 4x - 4$.

[$A(2; 3)$, non appartiene]

183 Tra i punti della retta di equazione $y - 6 = -3x$, determina A, di ordinata 3, e B, di ascissa nulla. Se O è l'origine degli assi, calcola il perimetro del triangolo OAB e verifica che OAB è isoscele.

[$6 + 2\sqrt{10}$]

184 INVALSI 2006 Per quale valore di k la retta di equazione $(k-2)x + ky + 4 = 0$ passa per il punto di coordinate $(1; -3)$?

A $k = 0$ C $k = 2$

B $k = 1$ D $k = 3$

185 INVALSI 2017 Considera l'equazione

$y = 2x + k$.

Per quale valore di k essa rappresenta una retta che passa per il punto di coordinate $(1; 5)$?

186 Determina per quale valore di k il punto $P(2; 1-k)$ appartiene alle rette di equazioni:

a. $3y - 1 + x = 0$; b. $y = kx$; c. $x = k$.

$\left[a)\ \frac{4}{3}; b)\ \frac{1}{3}; c)\ 2\right]$

187 Determina per quali valori del parametro k la retta di equazione $y = 8x - \frac{k+2}{3}$ passa:

a. per l'origine degli assi;

b. per il punto $A(-2^{-3}; 1)$. [a) -2; b) -8]

COME SI FA

▸ **Data la retta r di equazione $2y - x - 15 = 0$, determiniamo il punto S di r che ha ordinata tripla dell'ascissa.**

La condizione è $y_S = 3x_S$, quindi:

$$2y_S - x_S - 15 = 0 \xrightarrow[y_S = 3x_S]{} 2 \cdot 3x_S - x_S - 15 = 0 \xrightarrow{\text{ricaviamo } x_S} 5x_S = 15 \rightarrow x_S = 3.$$

Ricaviamo y_S: $y_S = 3x_S \xrightarrow[x_S = 3]{} y_S = 3 \cdot 3 = 9 \rightarrow$ il punto cercato è: $(3; 9)$.

188 Trova quale punto della retta di equazione $y = 2x - 5$ ha l'ascissa tripla dell'ordinata. [$(3; 1)$]

189 Tra i punti della retta di equazione $8x - y + 6 = 0$, determina il punto R con coordinate opposte.

$\left[R\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)\right]$

190 Tra i punti della retta di equazione $y = \frac{x-3}{2}$, determina:

a. il punto B con ordinata doppia dell'ascissa;

b. il punto C tale che $x_C + 2y_C = 1$.

$\left[a)\ B(-1; -2); b)\ C\left(2; -\frac{1}{2}\right)\right]$

222 Data l'equazione $(a-2)x-2y-1=0$, trova per quale valore di a rappresenta una retta:

a. parallela all'asse x;
b. parallela all'asse y;
c. parallela alla retta di equazione $2x-y+1=0$;
d. perpendicolare alla retta di equazione $6x+3y+4=0$.

[a) 2; b) $\nexists a \in \mathbb{R}$; c) 6; d) 3]

223 VERIFICA CON GEOGEBRA Determina per quali valori di k la retta di equazione $-(1+k)y+2x-k=0$:

a. passa per l'origine;
b. è parallela alla retta $-3x-y=2$;
c. è perpendicolare alla retta $y=x$.

In corrispondenza dei valori di k trovati, rappresenta le rette con GeoGebra e verifica che soddisfano le proprietà richieste.

$\left[\text{a) } 0;\ \text{b) } -\frac{5}{3};\ \text{c) } -3\right]$

224 Calcola per quali valori di a la retta di equazione

$$(a+2)x-2ay+3-a=0:$$

a. è parallela all'asse x;
b. è perpendicolare alla retta $y=\frac{5}{4}x$;
c. ha coefficiente angolare negativo;
d. è parallela alla retta di equazione $\sqrt{3}x-\sqrt{27}y+\sqrt{2}=0$.

$\left[\text{a) } -2;\ \text{b) } -\frac{10}{13};\ \text{c) } -2<a<0;\ \text{d) } -6\right]$

225 Determina il valore del parametro k in modo che la retta di equazione $(2k+4)x-6ky+5=0$:

a. sia perpendicolare alla retta $2x-6y+8=0$;
b. passi per l'origine degli assi;
c. sia parallela alla retta $kx-(3k+5)y+2k=0$;
d. sia parallela alla retta $3-11y=0$.

$\left[\text{a) } -\frac{1}{5};\ \text{b) } \nexists k \in \mathbb{R};\ \text{c) } -\frac{10}{11};\ \text{d) } -2\right]$

226 Data la retta di equazione $(3a+1)x+(4-2a)y+4=0$ determina a in modo che:

a. passi per il punto $(-2; 3)$;
b. sia parallela alla retta $y-2x+1=0$;
c. formi con il semiasse positivo delle x un angolo ottuso;
d. sia perpendicolare alla bisettrice del secondo e quarto quadrante;
e. sia parallela alla retta $x-\frac{1}{5}=0$;
f. sia perpendicolare alla retta $2x=4\sqrt{2}-3y$.

$\left[\text{a) } \frac{7}{6};\ \text{b) } 9;\ \text{c) } -\frac{1}{3}<a<2;\ \text{d) } -5;\ \text{e) } 2;\ \text{f) } \nexists a \in \mathbb{R}\right]$

227 Determina per quale valore di b la retta di equazione $(b-1)x+(4-b)y-b=0$ è:

a. perpendicolare alla retta $3y-3x+4=0$;
b. parallela alla retta passante per $O(0; 0)$ e $A(-2; 4)$;
c. parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante;
d. perpendicolare alla retta $y+2\sqrt{3}=0$;
e. parallela alla retta $3\sqrt{2}y+5\sqrt{2}x+8\sqrt{3}=0$;
f. perpendicolare alla retta $5-3x=0$.

$\left[\text{a) } \frac{5}{2};\ \text{b) } 3;\ \text{c) } \nexists b \in \mathbb{R};\ \text{d) } 4;\ \text{e) } \frac{23}{8};\ \text{f) } 1\right]$

Intersezione di due rette

228 Disegna le rette di equazioni $y=-6x+1$ e $3x-y=8$ e calcola le coordinate del loro punto di intersezione.

[(1; −5)]

Rappresenta graficamente i seguenti sistemi e determina le loro soluzioni.

229 $\begin{cases} x-3y+2=0 \\ 2x+y=-\frac{5}{3} \end{cases}$ $\left[\text{rette incidenti: } \left(-1; \frac{1}{3}\right)\right]$

230 $\begin{cases} x=\frac{7}{2}y-1 \\ 7y-2x-4=0 \end{cases}$ [rette parallele: impossibile]

231 $\begin{cases} 2x-1=0 \\ y+4x=7 \end{cases}$ $\left[\text{rette incidenti: } \left(\frac{1}{2}; 5\right)\right]$

232 $\begin{cases} 6x-2y=3 \\ \frac{2x-1}{2}=\frac{y}{3} \end{cases}$ [rette coincidenti: indeterminato]

COMPLETA in modo che $A\hat{B}C$ sia un angolo retto.

269 ★★ $A(2;5)$, $B(1;1)$, $C(\_\_;-1)$.

270 ★★ $A(\_\_;-1)$, $B(1;4)$, $C(3;0)$.

271 ★★ Considera i punti $A(0;1)$, $B(3;2)$ e $C(1;-1)$. Dato il punto $P(k;2k-1)$, con $k \in \mathbb{R}$, determina per quali valori di k, se esistono:

a. il coefficiente angolare della retta PA è uguale a quello della retta BC;

b. il coefficiente angolare della retta PC è maggiore o uguale a 0;

c. i coefficienti angolari delle rette PB e PC hanno segno opposto.

$\left[\text{a) } 4; \text{ b) } k \le 0 \lor k > 1; \text{ c) } 0 < k < 1 \lor \frac{3}{2} < k < 3\right]$

272 ★ Verifica che il coefficiente angolare della retta passante per $A(k;k+1)$ e $B(k+3;k+7)$ non dipende dal valore di k.

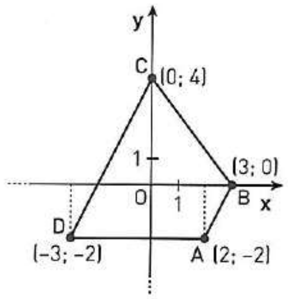
273 ★★ Determina i valori di k per i quali la retta passante per $A(k+1;3)$ e $B(2k;-k+5)$ forma un angolo ottuso con il semiasse positivo delle x.

$[k < 1 \lor k > 2]$

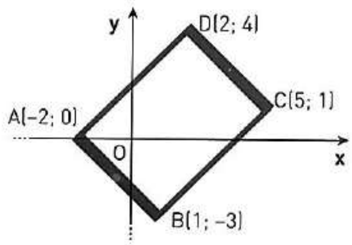
274 ★★ Determina per quale valore di a la retta per $P(a;2a-1)$ e $Q(2a;-a)$ forma un angolo di 45° con il semiasse positivo delle x.

$\left[\frac{1}{4}\right]$

275 ★ **LEGGI IL GRAFICO** Stabilisci se il quadrilatero $ABCD$ della figura è un trapezio isoscele.



276 ★ **LEGGI IL GRAFICO** Stabilisci se il quadrilatero $ABCD$ della figura è un parallelogramma.



277 ★★ Considera i punti $A(3;1)$, $B(6;3)$, $C(4;6)$ e $D\left(0;\frac{10}{3}\right)$. Dimostra che sono vertici di un trapezio rettangolo e calcolane perimetro e area.

$\left[\frac{10+\sqrt{10}}{3}\sqrt{13}; \frac{91}{6}\right]$

278 ★ Considera sulla retta r, di equazione

$$2x+y-1=0,$$

il punto A appartenente all'asse y.
Dato il punto $P(2b-3;5b+1)$, determina per quali valori di b, se esistono, la retta PA:

a. è parallela a r;

b. è perpendicolare a r;

c. passa per l'origine.

$\left[\text{a) } \frac{2}{3}; \text{ b) } -\frac{3}{8}; \text{ c) } \frac{3}{2}\right]$

IN 3 PASSI

1 Determina le coordinate del punto A e il coefficiente angolare della retta PA.

2 Scrivi il coefficiente angolare m_r della retta r e poni le condizioni di parallelismo e di perpendicolarità per le rette r e PA.

3 Poiché A appartiene all'asse y, come deve essere l'ascissa di P?

279 ★★ **TEST** Dati i punti $A\left(\frac{k-1}{2};3k\right)$, $B(2;3)$ e $C(4;2)$, per quale valore di k le rette AB e BC sono perpendicolari?

A 2 B $\frac{7}{11}$ C -1 D $\frac{17}{13}$

280 ★★ **TEST** Per quale valore di b la retta di equazione $(b-1)x-(2b+3)y+5b=0$ è perpendicolare alla retta passante per $A(3;-3)$ e $B(-5;1)$?

A $-\frac{5}{4}$ B Nessun valore. C $-\frac{7}{5}$ D $-\frac{7}{3}$

281 ★★ Dati i punti $A(k-1;2)$, $B\left(8;\frac{k}{4}\right)$, $C(10;k)$ e $D(k+1;5)$, determina per quale valore di k il quadrilatero $ABCD$ è un parallelogramma. $[4]$

282 ★★ Determina per quali valori di h e k la retta PQ, con $P(h+1;-h)$ e $Q(1;k)$, è parallela alla retta di equazione $y-5=0$. $[k=-h, h \neq 0]$

Scrivi l'equazione della parallela e della perpendicolare a r passanti per P.

298 $r: y = -4x; \quad P(2; 1).$ $\left[y = -4x + 9;\ y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right]$

299 $r: 2x - y + 4 = 0; \quad P(0; 1).$ $\left[y = 2x + 1;\ y = -\frac{1}{2}x + 1\right]$

300 $r: 6x = 6y - 1; \quad P(-2; 2).$ $[y = x + 4;\ y = -x]$

301 $r: 3x - 4 = 0; \quad P(1; 8).$ $[x = 1;\ y = 8]$

302 $r: 2y - 4x = 1; \quad P\left(-2; \frac{1}{2}\right).$ $\left[y = 2x + \frac{9}{2};\ y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right]$

303 Dati il punto $A(-1; 5)$ e la retta $r: x - 4y = 0$, trova la retta perpendicolare a r e passante per A, poi determina su di essa un punto B tale che la sua ordinata sia 8. $\left[y = -4x + 1;\ B\left(-\frac{7}{4}; 8\right)\right]$

Scrivi l'equazione della retta passante per P che soddisfa la condizione indicata.

304 $P(0; -5)$; parallela alla retta passante per $A(3; 0)$ e $B(-4; 1)$. $\left[y = -\frac{1}{7}x - 5\right]$

305 $P(-1; -1)$; perpendicolare alla retta passante per $A\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ e $B\left(-\frac{10}{3}; -1\right)$. $[y = -2x - 3]$

306 Per ogni equazione individua quelle della retta parallela e della retta perpendicolare passanti per l'origine degli assi.

a. $4x - y + 8 = 0$; b. $2x + 7 = 0$; c. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3$; d. $5y = 1$; e. $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$.

307 Determina l'ordinata all'origine della retta r parallela alla retta di equazione $3y + 6x + 4 = 0$ e passante per $A\left(-\frac{1}{8}; -\frac{5}{4}\right)$. $\left[-\frac{3}{2}\right]$

308 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto di intersezione delle rette di equazioni $x - 2y + 1 = 0$ e $-3x + y = -2$, e perpendicolare alla retta di equazione $\frac{y}{2} - \frac{4}{3} = 0$. $[x - 1 = 0]$

309 YOU & MATHS Let A be the point of intersection of the two lines $y = 4 - 3x$ and $\frac{x}{6} + \frac{y}{2} - 1 = 0$. Find the line that passes through A that is parallel to $5x + 8y - 10 = 0$. $[20x + 32y - 71 = 0]$

310 Il piede della perpendicolare per $P(-3; 6)$ a una retta r è $H(4; 1)$. Determina l'equazione di r. $[7x - 5y - 23 = 0]$

311 Scrivi l'equazione della retta r passante per il punto $A(4; -3)$ e parallela alla retta di equazione $y = \frac{-1 - 3x}{2}$ e quella della retta s passante per $B\left(1; -\frac{2}{3}\right)$ e perpendicolare alla retta di equazione $3x + 2y = 0$. Determina inoltre il punto di intersezione tra r e s. $\left[y = -\frac{3}{2}x + 3;\ y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3};\ (2; 0)\right]$

312 **VERO O FALSO?**

a. La retta passante per $A(1; 2)$ e parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante ha equazione $y + x = 1$. V F

b. Tutte le rette perpendicolari alla retta di equazione $3x - 2y + 8 = 0$ hanno equazione $2x + 3y + 2k + 1 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. V F

c. La retta passante per $B(0; 4)$ e perpendicolare all'asse delle ordinate ha equazione $x - 4 = 0$. V F

d. Tutte le rette passanti per $Q(-2; 2)$ hanno equazione $y = mx + 2m + 2$. V F

ESERCIZI

Applichiamo la formula della distanza:

$$d=\frac{|\underset{x_A}{1}\cdot 1+(-2)\cdot \underset{y_A}{6}-\underset{c}{1}|}{\sqrt{\underset{a}{1^2}+\underset{b}{(-2)^2}}}=\frac{|-12|}{\sqrt{5}}=\frac{12}{\sqrt{5}}\underset{\text{razionalizziamo}}{=}\frac{12\sqrt{5}}{5}.$$

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

distanza d di $P(x_0; y_0)$ dalla retta di equazione $ax+by+c=0$

Calcola la distanza del punto P dalla retta r.

421 $P(3;0)$, $r: 2x-\frac{3}{2}y-2=0$. $\left[\frac{8}{5}\right]$

422 $P(-2;4)$, $r: -8x=6y+1$. $\left[\frac{9}{10}\right]$

423 $P(1;2)$, $r: 15x+8y=-3$. $[2]$

424 $P\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$, $r: \frac{5}{2}y=6x+\frac{9}{4}$. $[1]$

425 $P(-3;-2)$, $r: y=3x-1$. $\left[\frac{4}{5}\sqrt{10}\right]$

426 $P(\sqrt{3};0)$, $r: x+y=0$. $\left[\frac{\sqrt{6}}{2}\right]$

427 $P(3;5)$, $r: 4x-3y=2$. $[1]$

428 $P(-2;1)$, $r: y-3=0$. $[2]$

429 Determina la distanza del punto $P(-3;-1)$ dalla retta di equazione $\frac{x+1}{2}=y$. Cosa puoi dedurre dal risultato?

430 Calcola la distanza tra le rette parallele di equazioni $2x-6y+3=0$ e $y=\frac{1}{3}x-2$. $\left[\frac{3}{4}\sqrt{10}\right]$

431 Trova i punti dell'asse x che hanno distanza 1 dalla retta di equazione $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$.

OCCHIO AI DATI Modifica l'ordinata all'origine della retta affinché uno dei punti sia l'origine degli assi e l'altro appartenga al semiasse negativo delle ascisse. Quale altro dato dell'esercizio potresti cambiare per ottenere due punti con queste caratteristiche? $\left[(1;0), \left(-\frac{7}{3};0\right)\right]$

432 I punti $A(2;-6)$ e $B(2;4)$ sono equidistanti da una retta r. Sapendo che r ha coefficiente angolare $\frac{4}{3}$ e passa per il punto $P\left(-\frac{2}{5};-\frac{21}{5}\right)$, trova la distanza dei due punti della retta.

OCCHIO AI DATI Per risolvere l'esercizio è sufficiente una sola delle ipotesi date sulla retta r. Perché? Risolvi il problema eliminando uno dei due dati.

433 Dato il triangolo di vertici $A\left(\frac{3}{2};1\right)$, $B\left(-\frac{3}{2};5\right)$ e $C(4;9)$, calcola la misura dell'altezza relativa ad AB e l'area del triangolo. $\left[\frac{34}{5};17\right]$

IN 3 PASSI

1. Determina l'equazione della retta AB e scrivila in forma implicita.
2. Calcola la misura dell'altezza relativa ad AB come distanza del punto C dalla retta AB.
3. Trova la misura di AB e infine l'area del triangolo.

434 Nel triangolo di vertici $O(0;0)$, $A(4;2)$, $C(1;3)$, trova la misura dell'altezza relativa al lato OA. $[\sqrt{5}]$

435 **TEST** Dato il triangolo di vertici $A(0;0)$, $B(4;1)$ e $C(1;3)$, quanto misura l'altezza relativa al lato AB?

A $\frac{11}{\sqrt{17}}$ B $\frac{22}{\sqrt{17}}$ C $\sqrt{17}$ D $\frac{\sqrt{17}}{2}$

436 Nel triangolo ABC, le coordinate di C sono $(9;3)$ e i vertici A e B, di ascisse $x_A=4$ e $x_B=8$, sono sulla retta r di equazione $3x-4y+4=0$. Trova l'area di ABC. $\left[\frac{19}{2}\right]$

437 Verifica che il punto $N\left(\frac{8}{3};\frac{8}{9}\right)$ è equidistante dai lati del triangolo di vertici $O(0;0)$, $A\left(\frac{16}{3};0\right)$ e $B\left(\frac{8}{3};2\right)$.

438 Calcola la misura delle altezze del triangolo di vertici $A(2;-3)$, $B(-3;7)$ e $C\left(-\frac{5}{2};1\right)$.

$\left[\overline{AH}=\overline{BK}=\frac{50}{\sqrt{145}}, \overline{CL}=\sqrt{5}\right]$

Risolvi le seguenti equazioni.

25 $x^2-6=0$ $[\pm\sqrt{6}]$

26 $x^2+36=0$ [impossibile]

27 $\dfrac{x^2}{\sqrt{5}}=0$ [0 doppia]

28 $4x^2-16=0$ $[\pm 2]$

29 $-(1+\sqrt{2})x^2=0$ [0 doppia]

30 $3(x^2+x)=0$ $[0; -1]$

31 $5^{14}x^2-5^{12}=0$ $\left[\pm\frac{1}{5}\right]$

32 $2x^2=\dfrac{7}{2}x$ $\left[0; \frac{7}{4}\right]$

33 $-\sqrt{3}\,t^2=-3$ $[\pm\sqrt[4]{3}]$

34 $-3\sqrt{21}\,x^2=0$ [0 doppia]

35 $2\sqrt{2}\,x^2-\dfrac{3}{4}x=0$ $\left[0; \frac{3\sqrt{2}}{16}\right]$

36 $\dfrac{3}{10}x^2=-\dfrac{1}{37}x^2$ [0 doppia]

37 $\dfrac{2}{13}x^2=13$ $\left[\pm\frac{13\sqrt{2}}{2}\right]$

38 $\dfrac{x}{3}(22+11x)=0$ $[0; -2]$

39 $b(b-4)=-4(b+1)$ [impossibile]

40 $\dfrac{a^2+a}{3}=8a^2-\dfrac{7a}{2}$ $\left[0; \frac{1}{2}\right]$

41 $8(4x^2-2)=4^3$ $\left[\pm\frac{\sqrt{10}}{2}\right]$

42 $\dfrac{1}{12}x^2-\dfrac{1}{4}x=0$ $[0; 3]$

43 $2\sqrt{7}\,x=(\sqrt{7}\,x+1)^2-1$ [0 doppia]

44 $a^2+\sqrt{5}\,a=\sqrt{2}\,a$ $[0; \sqrt{2}-\sqrt{5}]$

45 $(x+1)^2-(2x+1)^2=0$ $\left[0; -\frac{2}{3}\right]$

46 $\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}x\right)^2=\left(\dfrac{3}{2}x+1\right)\cdot\dfrac{1}{4}$ $[0; 2]$

47 $(t+2)^2-(2-t)^2=t^2$ $[0; 8]$

48 $3x^2=x(6+\sqrt{3}\,x)$ $[0; 3+\sqrt{3}]$

49 $(\sqrt{2}-x)^2+3x^2+2x\sqrt{2}=4$ $\left[\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

50 $5x^2+\sqrt{3}\,x^2=\dfrac{1}{2}(\sqrt{2}-2)x^2$ [0 doppia]

51 $(\sqrt{3}-1)(1+\sqrt{3})x+\sqrt{2}\,x^2=0$ $[0; -\sqrt{2}]$

52 $\left(\dfrac{x+1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3x}{2}+\dfrac{5}{4}$ $[\pm 2]$

53 $\left(\dfrac{1}{3}x-1\right)^2-(1-x)^2=0$ $\left[0; \frac{3}{2}\right]$

54 $2\cdot 3^{\frac{1}{2}}x^2-6=0$ $\left[\pm 3^{\frac{1}{4}}\right]$

55 $(10^3x+0{,}1)^2=200x$ [impossibile]

56 $3(2-x)(x+2)=x^2$ $[\pm\sqrt{3}]$

57 $(\sqrt{11}-x)(\sqrt{11}+x)=11$ [0 doppia]

58 $(\sqrt{2}\,x+\sqrt{3})(\sqrt{3}\,x-\sqrt{2})=-\sqrt{6}$ $\left[-\frac{\sqrt{6}}{6}; 0\right]$

59 $\sqrt{5}\,(y+0{,}5)+(y-1)^2=-y(2-\sqrt{5})$ [impossibile]

60 $4(x+1)(x-2)=-(1+2x)^2$ $\left[\pm\frac{\sqrt{14}}{4}\right]$

61 $2\sqrt{7}+(x-2)(\sqrt{7}+x)=0$ $[0; 2-\sqrt{7}]$

62 $(a+\sqrt{2})^2+(\sqrt{2}\,a-1)^2=6$ $[\pm 1]$

63 $-\dfrac{x(x-4)}{6}+\dfrac{x+4}{3}\cdot\dfrac{2-x}{2}-\dfrac{4}{3}=0$ $[0; 1]$

64 $10^{18}\left(10^{-16}x+\dfrac{1}{10^{15}}\right)-(10^2x-1)^2=999$ $\left[0; \frac{3}{100}\right]$

65 $(2y+\sqrt{3}-1)^2+4y=2\sqrt{3}\,(2y-1)$ [impossibile]

66 CACCIA ALL'ERRORE

a. $x(x-4)=1 \rightarrow x=1 \vee x-4=1 \rightarrow x=1 \vee x=5$

b. $9x^2+16=0 \rightarrow x^2=-\dfrac{16}{9} \rightarrow x=\pm\dfrac{4}{3}$

c. $2x(3x+1)=0 \rightarrow x=-2 \vee x=-\dfrac{1}{3}$

d. $x^2=25 \rightarrow x=5$

ESERCIZI

359 $\frac{2}{x}-\frac{x^2}{x^2+4x}=\frac{16+x}{3x+12}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

360 $\frac{x-2}{x+5}+\frac{6x-19}{x^2+3x-10}=\frac{1}{2-x}$ [impossibile]

361 $\frac{1}{x^2+2x}+\frac{1}{x}=\frac{x+1}{2+x}-2$ $[-1; -3]$

362 $4\left(\frac{x}{x-3}+\frac{1}{x}\right)=-\frac{13}{x^2-3x}$ $\left[-\frac{1}{2}\text{ doppia}\right]$

363 $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x^2-2x+4}=\frac{7-x^2}{x^3+8}$ $\left[1; -\frac{1}{2}\right]$

364 $\frac{3(x-1)}{x-2}+\frac{x(x-5)}{2x-4}=0$ $[-3]$

365 $\frac{x+3}{x+2}+\frac{1}{x^2+3x+2}=2$ $[0]$

366 $\frac{2}{x+1}-\frac{3}{x}=\frac{x-1}{2x+2}-\frac{x^2+3}{x^2+x}$ $[1]$

367 $\frac{2-x}{(x+4)^2}+\frac{3}{x+4}=\frac{x-2}{x(x+4)}$ $[-6\pm 2\sqrt{7}]$

368 $\frac{6x^2-5x+3}{3x-9x^2}=\frac{2-x}{3x-1}-\frac{2x-3}{3x}$ $[4]$

369 $\frac{x-2}{\sqrt{5}(5x-\sqrt{5})}+\frac{2}{5}=\frac{x^2}{5x-\sqrt{5}}$ [impossibile

370 $\frac{3x+1}{x}+3=\frac{25x-4}{x^2+2x}$ [1 doppia

371 $\frac{3}{2x+3}-\frac{x-2}{2x^2-3x}-\frac{6x-4}{4x^2-9}=0$ $[1; -3$

372 $\frac{x^2+1}{3+x}-2\cdot\frac{1-3x}{6+2x}+\frac{x-1}{2}=0$ $\left[\frac{1}{3}\right.$

373 $\frac{x-2}{x+3}+\frac{9-x}{3x+x^2}=\frac{1}{2}$ $[3; 6$

374 $1-\frac{1}{x^2+2x+1}-\frac{2x}{1+x}=0$ [0 doppia

375 $\frac{2}{x}+\frac{1}{1-(x-1)^2}=3\cdot\frac{x}{2-x}$ $\left[1; -\frac{5}{3}\right.$

376 $\frac{9a(a+1)}{a^2+4+4a}=1+\frac{3a}{2+a}$ $\left[-\frac{4}{5}; 1\right.$

377 $\frac{(3-x)(x+3)+x^2}{x^2-2x}=0{,}5\cdot\left(1+\frac{1}{x}\right)$ $[5; -$

378 $\frac{1}{a-2}+\frac{4}{a^2+2a}+2\left(\frac{1}{a^2-4}-\frac{1}{a}\right)=0$ [

379 $\frac{2+x}{x-1}(x-3)-\frac{x^2}{x+1}=\frac{2x+3(x+2)}{1-x}$ $\left[-\frac{2}{3};\right.$

380 $\frac{5x+8}{x^2-8}-\frac{\sqrt{2}}{x+2\sqrt{2}}=\frac{x+3\sqrt{2}}{x-2\sqrt{2}}$ $[0; 5-6\sqrt{2}$

381 $\frac{x+2}{(2x)^2-2^4}\cdot x^2+0{,}25-\left(1-\frac{9-x}{4-2x}\right)=0$ $[4; -$

382 $[(a+1)(1-a)+a^2+2]\cdot\frac{1}{5}+\frac{\frac{3}{5}a^2+40}{10a+a^2}=\frac{a-4}{a}$ [impossibile

383 $\frac{3x}{x^2-4x+4}-\frac{1+3x}{x^2-4}=\frac{1}{x^2+2x}$ $\left[-1;\right.$

384 $\frac{x+1}{x+\sqrt{2}}+\frac{x^2-10\sqrt{2}}{x^2-2}+\frac{3-x}{x-\sqrt{2}}=0$ $[-4; 2\sqrt{}$

385 $\frac{4}{x^2-1}+\frac{15+7x}{x^4-5x^2+4}=\frac{2}{4-x^2}$ $\left[-\frac{3}{2};\right.$

386 $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}=x$ $\left[\pm\right.$

387 $\frac{b^2+9-7b}{5b+b^2}+\frac{2}{b}(1+2b)=\frac{13}{5+b}$ [impossibi

388 $\frac{\frac{2}{x}+1}{1+\frac{3}{x}}=0{,}2\left[\frac{4x^2-(14+x)}{x^2+x-6}+1\right]$ $[x\neq 0 \wedge x\neq -3 \wedge x\neq$

389 $\frac{8\sqrt{5}}{5x^2-4}+\frac{2\sqrt{5}-3x}{2-x\sqrt{5}}=\frac{2x}{x\sqrt{5}+2}$ [impossib

ESERCIZI

■ **Calcoliamo il discriminante e le eventuali soluzioni dell'equazione associata.**

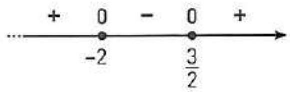
$\Delta = 1 + 48 = 49 > 0$

$x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm 7}{4} \rightarrow x_1 = -2, \quad x_2 = \dfrac{3}{2}.$

Non conviene scomporre il trinomio in fattori di primo grado e studiare il segno del prodotto: è un procedimento più laborioso.

■ **Applichiamo la regola dello studio del segno del trinomio.**

Visualizziamo le soluzioni e il segno sull'asse reale, applicando la regola.
Il trinomio è concorde con il segno del coefficiente di x^2 per valori esterni all'intervallo delle radici.



■ **Scriviamo le soluzioni.**

La disequazione richiede che il trinomio sia negativo o nullo, quindi consideriamo le due radici e i valori interni al loro intervallo.
Le soluzioni della disequazione sono:

$-2 \leq x \leq \dfrac{3}{2}.$

Solo nella conclusione teniamo conto della richiesta della disequazione.

Risolvi le seguenti disequazioni.

119 $9y^2 - 10y + 1 \leq 0$ $\left[\frac{1}{9} \leq y \leq 1\right]$

120 $x^2 - 5x - 14 \leq 0$ $[-2 \leq x \leq 7]$

121 $3x^2 + 12x + 9 < 0$ $[-3 < x < -1]$

122 $x^2 + 16x + 64 \leq 0$ $[x = -8]$

123 $x^2 + 13x - 30 < 0$ $[-15 < x < 2]$

124 $x^2 < 16$ $[-4 < x < 4]$

125 $12x^2 - x - 1 \leq 0$ $\left[-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{3}\right]$

126 $64x^2 + 8x + \frac{1}{4} \geq 0$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

127 $16x^2 - 9x \leq 0$ $\left[0 \leq x \leq \frac{9}{16}\right]$

128 $4x^2 - 20x + 25 > 0$ $\left[x \neq \frac{5}{2}\right]$

129 $-10x^2 + 3x + 4 < 0$ $\left[x < -\frac{1}{2} \vee x > \frac{4}{5}\right]$

130 $20x^2 - 14x + 3 < 0$ [impossibile]

131 $x^2 - 8x + 18 < 0$ $[\nexists x \in \mathbb{R}]$

132 $2x^2 + 5x - 3 \geq 0$ $\left[x \leq -3 \vee x \geq \frac{1}{2}\right]$

133 $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 < 0$ $[\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2}]$

134 $7x^2 - 16x + 9 > 0$ $\left[x < 1 \vee x > \frac{9}{7}\right]$

PIT STOP 5 DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO IN PIÙ

Vuoi vedere subito se il passaggio è giusto o sbagliato?
Vai sul Tutor e fai l'esercitazione con il Checker.

TUTOR matematica http://su.zanichelli.it/tutor
risorsa riservata a chi ha acquistato l'edizione con Tutor

135 $-24x^2 < 0$ $[x \neq 0]$

136 $2x^2 + \sqrt{5}x - 5 < 0$ $\left[-\sqrt{5} < x < \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$

137 $-\frac{9}{2}x^2 + 34x + 16 < 0$ $\left[x < -\frac{4}{9} \vee x > 8\right]$

138 $4x^2 + 32x + 39 \leq 0$ $\left[-\frac{13}{2} \leq x \leq -\frac{3}{2}\right]$

139 $-\frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x + 7 < 0$ $\left[x < -\frac{14}{3} \vee x > 1\right]$

140 $4x^2 + 5x - \frac{3}{2} > 0$ $\left[x < -\frac{3}{2} \vee x > \frac{1}{4}\right]$

141 $\frac{x^2}{3} - 2x - 24 \geq 0$ $[x \leq -6 \vee x \geq 12]$

142 $3x^2 - 3 + \frac{\sqrt{6}}{2}x \leq 0$ $\left[-\frac{\sqrt{6}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{6}}{3}\right]$

143 $-33x^2 + 6x - 2 > 0$ [impossibile]

144 $1 + x^2 > -1$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

145 $x^2 - \frac{13}{3}x > \frac{38}{3}$ $\left[x < -2 \vee x > \frac{19}{3}\right]$

391 $\dfrac{-x^2-x+6}{(x-\sqrt{2})^2} > 0$ $[-3 < x < 2 \wedge x \neq \sqrt{2}]$

392 $\dfrac{5-x}{\sqrt{2}\,x^2+2x-4\sqrt{2}} > 0$ $[x < -2\sqrt{2} \vee \sqrt{2} < x < 5]$

393 $\dfrac{10+x^2+x}{(x-3)^2} \geq 0$ $[x \neq 3]$

394 $\dfrac{x^2-7x+12}{2x+1} > 0$ $\left[-\frac{1}{2} < x < 3 \vee x > 4\right]$

395 $\dfrac{2x^2+7x-15}{-3x^2+7x-2} < 0$ $\left[x < -5 \vee \frac{1}{3} < x < \frac{3}{2} \vee x > 2\right]$

396 **AL VOLO** $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2+6x+9} \leq 0$

397 $\dfrac{x-3-2x^2}{5-x} > 0$ $[x > 5]$

398 $\dfrac{4x-x^2}{x+8} \geq 0$ $[x < -8 \vee 0 \leq x \leq 4]$

399 $\dfrac{x^2+9}{x^2-3x+2} \geq 0$ $[x < 1 \vee x > 2]$

400 $\dfrac{7x-2-3x^2}{3x+5} < 0$ $\left[-\frac{5}{3} < x < \frac{1}{3} \vee x > 2\right]$

401 $\dfrac{2x^2+8}{x^3-4x^2-5x} \leq 0$ $[x < -1 \vee 0 < x < 5]$

402 $\dfrac{x^2-2x}{x^2(x-6)} > 0$ $[0 < x < 2 \vee x > 6]$

403 $\dfrac{x-x^3}{4x^2-9} \leq 0$ $\left[-\frac{3}{2} < x \leq -1 \vee 0 \leq x \leq 1 \vee x > \frac{3}{2}\right]$

404 $\dfrac{4x^2+2}{x^2+x^3} < 0$ $[x < -1]$

405 $\dfrac{3+x^2}{x^2-5x+6} \geq 0$ $[x < 2 \vee x > 3]$

406 $\dfrac{x^3(3x-1)^2}{-x^2-11} < 0$ $\left[x > 0 \wedge x \neq \frac{1}{3}\right]$

407 $\dfrac{16-x^4}{27-x^3} > 0$ $[-2 < x < 2 \vee x > 3]$

408 $\dfrac{3x^2+5x-2}{x^2+3x} \leq 0$ $\left[-3 < x \leq -2 \vee 0 < x \leq \frac{1}{3}\right]$

409 $\dfrac{2x^2+5\sqrt{2}\,x+4}{x^2-2} \leq 0$ $\left[-2\sqrt{2} \leq x < -\sqrt{2} \vee -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x < \sqrt{2}\right]$

410 $\dfrac{x^3-4\sqrt{2}\,x^2+6x}{(x-1)^5} \leq 0$ $[0 \leq x < 1 \vee \sqrt{2} \leq x \leq 3\sqrt{2}]$

411 $\dfrac{x-3x^2}{(x-5)(x^2-3x+4)} < 0$ $\left[0 < x < \frac{1}{3} \vee x > 5\right]$

412 $\dfrac{(x-1)^2(x+8)}{x^3-16x} \geq 0$ $[x \leq -8 \vee -4 < x < 0 \vee x = 1 \vee x > 4]$

413 $\dfrac{x(2x^2+7x-4)}{(2-x)^3} < 0$ $\left[x < -4 \vee 0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2\right]$

414 $\dfrac{x^4+8x^2-9}{x(3-x)} \geq 0$ $[-1 \leq x < 0 \vee 1 \leq x < 3]$

415 $\dfrac{3x^3+x}{4x^2-11x+6} > 0$ $\left[0 < x < \frac{3}{4} \vee x > 2\right]$

416 $\dfrac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^5(x^2+4)}{64+x^3} \geq 0$ $\left[x < -4 \vee x \geq \frac{1}{2}\right]$

417 $\dfrac{(2x^2+4x+2)(-x^2-25)}{(3x+4)^2(-5x-6)^3} < 0$ $\left[x < -\frac{6}{5} \wedge x \neq -\frac{4}{3}\right]$

418 $\dfrac{x^2(-36-x^2)}{(-x^2-x-1)(x^2+10x+25)} \leq 0$ $[x = 0]$

419 $\dfrac{(4x^2+20x+25)(x^2+16)}{(7x+21)^2} > 0$ $\left[x \neq -3 \wedge x \neq -\frac{5}{2}\right]$

420 $\dfrac{(x^2+1)(2x+3)}{(x^2+2x-8)(x^2-8x+16)} > 0$ $\left[-4 < x < -\frac{3}{2} \vee 2 < x < 4 \vee x > 4\right]$

421 **ASSOCIA** ogni disequazione alla soluzione corrispondente.

a. $\dfrac{(x-2)^2}{x^2-2x-3} \leq 0$ b. $-\dfrac{(x-2)^2}{x^2-2x-3} > 0$ c. $\dfrac{x^2-2x-3}{x^4} < 0$ d. $\dfrac{x^4(x^2-2x-3)}{(x-2)^2} \geq 0$

1. $x \leq -1 \vee x = 0 \vee x \geq 3$ 2. $-1 < x < 3$ 3. $-1 < x < 0 \vee 0 < x < 3$ 4. $-1 < x < 2 \vee 2 < x < 3$

ESERCIZI

Sistemi di disequazioni intere

COME SI FA

▶ **Risolviamo il sistema** $\begin{cases} x^2-3x-10<0 \\ -x-1\geq 0 \end{cases}$.

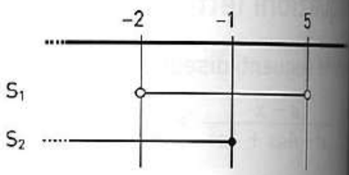
- Risolviamo ognuna delle disequazioni.

  $x^2-3x-10=0 \to x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+40}}{2} \to x_1=-2, x_2=5$

  Prima disequazione: $x^2-3x-10<0 \to \underline{-2<x<5}$. S_1

  Seconda disequazione: $-x-1\geq 0 \to -x\geq 1 \to \underline{x\leq -1}$. S_2

- Costruiamo lo schema grafico con gli intervalli delle soluzioni. L'intersezione dei due insiemi di soluzioni è l'intervallo $-2<x\leq -1$, che è quindi l'insieme delle soluzioni del sistema.



Risolvi i seguenti sistemi.

492 ★☆ $\begin{cases} x^2+2x-3<0 \\ 1-2x\geq 0 \end{cases}$ $\left[-3<x\leq\frac{1}{2}\right]$

493 ★☆ $\begin{cases} -x-4\geq 0 \\ x^2-2x-15>0 \end{cases}$ $[x\leq -4]$

494 ★☆ $\begin{cases} 2x-7\geq -(x+1) \\ 2x^2-5x+7>0 \end{cases}$ $[x\geq 2]$

495 ★☆ $\begin{cases} 5-x<0 \\ 3x^2+2x-8\leq 0 \end{cases}$ [impossibile]

496 ★☆ $\begin{cases} 2x^2-9x-11\leq 0 \\ 4x^2+3>0 \end{cases}$ $\left[-1\leq x\leq\frac{11}{2}\right]$

497 ★☆ $\begin{cases} x^2-2x+19>0 \\ 4x-x^2-6<0 \end{cases}$ $[\forall x\in\mathbb{R}]$

498 ★☆ $\begin{cases} 3x+x^2>0 \\ 5x^2+6x-27\geq 0 \end{cases}$ $\left[x<-3 \vee x\geq\frac{9}{5}\right]$

499 ★☆ $\begin{cases} (2y+1)^2\geq 1 \\ 4y^2-2y\geq 0 \end{cases}$ $\left[y\leq -1 \vee y=0 \vee y\geq\frac{1}{2}\right]$

500 ★☆ $\begin{cases} 3x^2+5x+4>0 \\ -10x^2+7x+6>0 \end{cases}$ $\left[-\frac{1}{2}<x<\frac{6}{5}\right]$

501 ★☆ $\begin{cases} (x-\sqrt{5})^2>0 \\ 4x^2-4<15x \end{cases}$ $\left[-\frac{1}{4}<x<4 \wedge x\neq\sqrt{5}\right]$

502 ★☆ $\begin{cases} 3x(3x-2)\geq -1 \\ \frac{x}{2}(x+6)-3\left(x-\frac{3}{2}\right)<\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2} \end{cases}$ $[x<-2\sqrt{5} \vee x>$

503 ★☆ $\begin{cases} x^2+x<\frac{2}{5}x \\ x(x-2)\geq\frac{x+3}{2} \end{cases}$ $\left[-\frac{3}{5}<x\leq\right.$

504 ★☆ $\begin{cases} \sqrt{2}x^2-6x<8\sqrt{2} \\ 9x-x^2-8\geq 0 \end{cases}$ $[1\leq x<$

505 ★☆ $\begin{cases} x(x+1)<14-x+x^2 \\ x^2+3\sqrt{3}x-12>0 \end{cases}$ $[x<-4\sqrt{3} \vee \sqrt{3}<x$

506 ★☆ $\begin{cases} (2x-3)(2x+3)>10x-3 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x^2\leq 0 \end{cases}$ $[-2\leq x<$

507 ★☆ $\begin{cases} (x+\sqrt{2})^2>18 \\ 8+x<5x-\frac{4}{3} \end{cases}$ $[x>$

508 ★☆ $\begin{cases} 2x^2-4x\leq -2 \\ (x-2)^2\geq 4(1-x)+2x^2 \end{cases}$ [impo

509 ★★ $\begin{cases} (x-2)^2-(3-x)(3+x)\leq 25 \\ (2x-1)^3-(2x-3)(4x^2+9+6x)\leq 16x+ \end{cases}$ $\left[-3\leq x\leq -\frac{4}{3} \vee \frac{1}{2}\right.$

510 ★☆ **FAI UN ESEMPIO** di sistema con due disequazioni di secondo grado che abbia come solu $x<-2 \vee x\geq 3$ e in cui una delle disequazioni sia $x^2+2x>0$.

$\begin{cases} \frac{x-7}{x+3} < 0 \\ \left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - 3x(4+x) \geq \frac{25}{4} \end{cases}$ $\left[-3 < x \leq -\frac{1}{2}\right]$

$\begin{cases} \frac{x+2}{x-1} - \frac{x-5}{x+3} \geq \frac{x+1}{x^2+2x-3} \\ 2x^2 - 3x + 1 \leq 0 \end{cases}$ [impossibile]

$\begin{cases} \frac{x^2-3x}{2-x} > 0 \\ \frac{3x}{x+4} < 0 \end{cases}$ $[-4 < x < 0]$

AL VOLO $\begin{cases} \frac{x^2-7}{4+x^2} < 0 \\ \frac{x^2+6x+9}{x^2-7} > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{3}{x-2} > 1 \\ \frac{x-5}{x-x^2} < 0 \end{cases}$ [impossibile]

$\begin{cases} \frac{3}{2x} - \frac{5}{x+1} > 0 \\ \frac{-2x}{x^2+4} \leq 0 \end{cases}$ $\left[0 < x < \frac{3}{7}\right]$

$\begin{cases} \frac{x^2-3x}{x+2} > 0 \\ \frac{3}{x} + 2 > 0 \end{cases}$ $\left[-2 < x < -\frac{3}{2} \vee x > 3\right]$

$\begin{cases} \frac{1-x}{2x-3} > 1 \\ \frac{x}{x-2} \geq \frac{2x-1}{x} \end{cases}$ [impossibile]

$\begin{cases} 3 \geq \frac{x^2}{3} \\ x^2 \geq 4(x-1) \\ \frac{3x}{x-2} \geq 1 \end{cases}$ $[-3 \leq x \leq -1 \vee 2 < x \leq 3]$

553 $\begin{cases} x^2 - 6x < 0 \\ \frac{x}{2} \geq 1 \\ \frac{2}{3x-6} < -\frac{1}{x} \end{cases}$ [impossibile]

554 AL VOLO $\begin{cases} \frac{1}{x^2+4x+4} > 0 \\ \frac{3x}{-x^2-5} > 0 \end{cases}$

555 $\begin{cases} \frac{1}{x^2+1} < 1 \\ \frac{x+1}{2-x^2} < 2 \end{cases}$ $\left[x < -\frac{3}{2} \vee -\sqrt{2} < x < 1 \vee x > \sqrt{2} \wedge x \neq 0\right]$

556 $\begin{cases} \frac{x^2-x}{x+2} \geq 2 \\ \frac{9-x^2}{3x-x^2-3} < 0 \end{cases}$ $[-2 < x \leq -1]$

557 $\begin{cases} \frac{24}{x^2-4} > \frac{3x}{x-2} \\ \frac{16}{x-1} - \frac{3x}{1-x} \geq 0 \end{cases}$ [impossibile]

558 $\begin{cases} \frac{x+6}{5x} \geq \frac{x}{5} \\ (x-3)^2 + 3x^2 - 2 \leq (2x-1)^2 \\ (x+3)^2 > x^2 - 7x + 9 - (1-13x) \end{cases}$ $[x = 3]$

559 $\begin{cases} \frac{-x^2+3x+4}{x} \geq 0 \\ \frac{3-x}{x-2} \leq \frac{1-x}{x} \end{cases}$ $[0 < x < 2]$

560 $\begin{cases} \frac{x}{x-5} \leq 3 \\ \frac{x^2-2x+1}{2-x} \leq 0 \end{cases}$ $\left[x = 1 \vee 2 < x < 5 \vee x \geq \frac{15}{2}\right]$

---

561 MEDICINA La valutazione della forma fisica di una persona può essere stimata approssimativamente con l'indice di massa corporea, BMI (dall'inglese *Body Mass Index*). Se m è la massa dell'individuo, in kilogrammi, e h è la sua altezza, in metri, l'indice di massa corporea, in kg/m^2, è: $\text{BMI} = \frac{m}{h^2}$.

Una persona è normopeso se il BMI è compreso tra 18,5 e 24,9. Se un individuo ha una massa di 60 kg, quanto dovrebbe essere alto per essere considerato normopeso? [da 1,55 m a 1,80 m]

IN 3 PASSI

1. Osserva che la massa m è nota, mentre h è l'incognita del problema, con $h > 0$.
2. La condizione di un BMI compreso tra 18,5 e 24,9 si traduce in due disequazioni fratte.
3. Poni a sistema le disequazioni trovate e calcolane la soluzione.